難関大学を目指そう！　極限プリント　１枚目

No. 1 解けない漸化式の極限と不等式　序論

$a_1 = 2$、　　　$a_{n+1} = \dfrac{1+a_n^{\ 2}}{n^2}$

である。$\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

No. 2 解けない漸化式の極限と不等式　平均値定理編

$a_1 = a$、　　　$a_{n+1} = \dfrac{1}{1+a_n^{\ 2}}$

で定まる数列$\{a_n\}$がある。aがどんな値であっても、$\{a_n\}$はある一定値の値に収束することを示せ。

No. 3 ガウス記号のはずし方

実数xに対して、$n \leqq x < n+1$を満たす整数nを$[x]$で表す。1以上の整数に対して

$$(rn+s)^2 \leqq 9n^2+14n+7 < (rn+s+1)^2$$

となる正の整数の定数r、sを見つけると$(r、\ s) =$□、

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2+14n+7} - \left[\sqrt{9n^2+14n+7}\right]\right) = □$$ である。

（創価大）

No. 4 差分から相殺する無限等比級数の応用問題

等式$\dfrac{3x+5}{x(x+1)} = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x+1}$が$x$についての恒等式となるように定数$a$、$b$の値を定めると、$(a,\ b) = \boxed{}$である。また、無限級数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+5}{n(n+1)}\left(\frac{2}{5}\right)^n$の和は$\boxed{}$である。

（福岡大）

No. 5 ハサミウチの原理

$0 \leqq a < b$のとき、$\lim_{n\to\infty}(a^n+b^n)^{\frac{1}{n}} = \boxed{}$

（聖マリアンナ医大）

No. 6 収束条件で次元を落とす

定数a、bに対して、次の等式$\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{ax+b}{\cos x} = 3$が成り立つとき、$b$の値を求めなさい。

（茨城大）